

tration wirksamer Stoffe erreicht werden muß, damit eine Schwellenerregung eintritt. Tritt — wie es für den elektrischen Reiz wahrscheinlich gemacht werden konnte — noch die weitere Bedingung hinzu, daß diese Konzentration eine gewisse Zeitlang oder in einem Raum gewisser mindester Größe bestehen muß, so wird die Aufgabe noch verwickelter.

Das allgemeine Gesetz der Schwellenerregung ist demnach grundsätzlich nicht durch eine einzige Gleichung auszudrücken, nicht einmal für eine Reizart, wie wir beim elektrischen Reiz sahen, aber alle die höchst verschiedenen Gleichungen, die für die einzelnen Reizformen die Bedingung der Schwellenerregung zum Ausdruck bringen, sagen alle dasselbe aus. Wir dürfen hoffen, daß wir für eine immer größere Zahl von Reizarten den Nachweis werden erbringen können, daß die notwendige und hinreichende Bedingung der Schwellenerregung sich so fassen läßt: Eine Erregung erfolgt in einem lebenden System, wenn in ihm oder an einer bestimmten Stelle in ihm die Konzentration bestimmter wirksamer Stoffe für eine gewisse Zeit eine für das einzelne System und die einzelne Reizart konstante Höhe erreicht.

Literatur.

1. 1907. v. Kries, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. Bd. 41, S. 373—394.
2. 1908. Paul Fröschel, Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wiss. in Wien, Math.-nat. Kl. Bd. 117, Abt. 1.
3. 1908. W. Nernst, Zur Theorie des elektrischen Reizes. Pflügers Arch. Bd. 122, S. 275—314.
4. 1909. A. H. Blaauw, Die Perception des Lichtreizes, Recueil des Travaux Botaniques Néerlandais Vol. 5, S. 209.
5. 1909. M. Gildemeister und O. Weiß, Pflügers Arch. Bd. 130, S. 329—345.
6. 1910. A. V. Hill, Journal of Physiology Bd. 40, S. 190—224.
7. 1911. A. Pütter, Vergleichende Physiologie, G. Fischer, Jena.
8. 1918. A. Pütter, Studien zur Theorie der Reizvorgänge I—IV, Pflügers Arch. Bd. 171, S. 201—261.
9. 1919. A. Pütter, Studien zur Theorie der Reizvorgänge VI, Pflügers Arch. Bd. 176, S. 39 bis 69.
10. 1920. A. Pütter, Studien zur Theorie der Reizvorgänge VII, Pflügers Arch. Bd. 180, S. 260—290.

Die Mathematik und die Naturwissenschaften in Spenglers „Untergang des Abendlandes“¹⁾.

Von P. Riebesell, Hamburg.

Das Aufsehen erregende Werk Spenglers ist für den Mathematiker und Naturwissenschaftler insofern von großer Bedeutung, als es zum ersten Male unternimmt, eine Kulturgeschichte vom mathematischen Standpunkt aus zu schreiben. Nicht

nur, daß der Verfasser mit den neuesten mathematischen und physikalischen Forschungen durchaus vertraut ist und die Bedeutung der Mathematik für die Kulturgeschichte in umfassender Weise dargelegt wird, sondern auch das umgekehrte Problem, der Einfluß der übrigen Kultur-elemente auf Mathematik und Naturwissenschaft, wird zu lösen versucht. Spengler hat es sich zur Aufgabe gemacht, eine neue Art von Geschichte, eine Weltgeschichte der Kulturen, zu schreiben. Er will aber nicht nach der alten Methode der Aneinanderreihung von Tatsachen verfahren, sondern die Kulturen als organische, gleichsam biologische Objekte behandeln. Eine Kultur ist für ihn eine Einheit, für die es ein Entstehen, ein Wachsen, eine Blütezeit und ein Vergehen gibt. In jeder Kultur wiederholen sich dieselben Vorgänge, und sobald es erreicht ist, die Kulturgeschichte der Kultur bis in alle Einzelheiten dargelegt zu haben, kann man in der Kulturgeschichte naturwissenschaftlich verfahren und die Zukunft voraussagen. Spengler behauptet denn auch gleich im ersten Satz, daß er zum ersten Male den Versuch gemacht habe, Geschichte vorzubestimmen. In diesem gewaltigen Vorsatz liegt die Stärke, aber auch die Schwäche, seines Werkes.

Nach Spengler gibt es zwei grundverschiedene Möglichkeiten, die Welt zu betrachten, einmal *das Gewordene* zu beschreiben — das soll Aufgabe der Naturwissenschaft sein — und zweitens *das Werden der Welt* zu erkennen — das soll die richtig verstandene Aufgabe der Geschichte sein. Um letztere in Angriff nehmen zu können, soll eine Morphologie der Weltgeschichte aufgebaut werden. Dazu ist es nötig, die Tatsachen der Geschichte nicht als solche, sondern als Symbole aufzufassen. „Wer weiß es“, sagt Spengler, „daß zwischen der Differentialrechnung und dem dynastischen Staatsprinzip der Zeit Ludwigs XIV., zwischen der antiken Staatsform der Polis und der euklidischen Geometrie, zwischen der Raumperspektive der abendländischen Malerei und der Überwindung des Raumes durch Bahnen, Fernsprecher und Fernwaffen, zwischen der kontrapunktischen Instrumentalmusik und dem wirtschaftlichen Kreditsystem ein tiefer Zusammenhang der Form besteht? Selbst die realsten Formen der Politik nehmen, aus dieser Perspektive betrachtet, einen höchst transzendenten Charakter an, und es geschieht vielleicht zum ersten Male, daß Dinge wie das ägyptische Verwaltungssystem, das antike Münzwesen, die analytische Geometrie, der Scheck, der Suezkanal, der chinesische Buchdruck, das preußische Heer und die römische Straßenbautechnik *gleichmäßig* als Symbole aufgefaßt und als solche gedeutet werden.“ An vielen Stellen nimmt der Verfasser Bezug auf Goethes Lehre von der Metamorphose der Pflanzen, und in ähnlicher Weise wie Goethe die Idee der Pflanze zum Ziel seiner Forschung machte, so ist es bei Spengler die Idee der Kultur.

¹⁾ O. Spengler, Der Untergang des Abendlandes. Umriss einer Morphologie der Weltgeschichte. Bd. 1: Gestalt und Wirklichkeit. 7.—10. Auflage. München 1920.

Um diese zu erhalten, hält er es für nötig, daß eine ganz neue Art des Erkennens angewandt werde. Während in der Naturwissenschaft lediglich Kausalitätsverhältnisse erforscht werden, sollen bei der Geschichtsforschung nicht nur die Kantischen Anschauungsformen benutzt werden, sondern es soll eine ganz anders geartete Notwendigkeit, die organische Notwendigkeit des Schicksals — die „Logik der Zeit“ — zu der „Logik des Raumes“ hinzutreten. Diese Schicksalsidee ist für *Spengler* besonders charakteristisch, und er glaubt mit seiner Auffassung der Zeit das Wesen der abendländischen Kultur im Unterschied zur antiken entdeckt zu haben. Nach ihm ist schon die antike Mathematik durchaus zeitlos und geometrisch körperlich begrenzt, die Zahlen werden als rein gegenwärtige Größen aufgefaßt. Dadurch soll sich die Entwicklung in Richtung auf die euklidische Geometrie und die mathematische Statik erklären und die Mathematik zu keinem weiteren Ausbau fähig gewesen sein. Erst durch die abendländische Kultur sei der Funktionsbegriff eingeführt, durch den die Dinge so aufgefaßt werden, wie sie *werden*, nicht wie sie *sind*. Damit soll die Dynamik, die analytische Geometrie und die Differentialrechnung begründet sein. Jeder Kultur soll eine besondere Zahlenwelt zugehören, jede Mathematik durch ihre Kultur bedingt sein. Und was für die Mathematik gilt, soll auch in gleicher Weise für die ethischen, politischen, wirtschaftlichen und künstlerischen Erscheinungen gelten. In der Antike die gegenwartsfrohen Philosophien, die eng begrenzten politischen und wirtschaftlichen Formen, die klaren, endlich begrenzten Linien in der Kunst, dagegen im Abendlande die zeitlich und räumlich ins Unendliche strebenden Formen auf jedem der genannten Kulturgebiete. Die Spenglersche *Zeit* soll aber kein Begriff, keine Dimension sein, sie ist vielmehr das Schicksal selbst. Während in der Natur alles nach den Kategorien des Verstandes geordnet ist, soll in der Geschichte die Richtung, die Nichtumkehrbarkeit, als Haupteigenschaft der Zeit hinzukommen. Die Kultur ist das Urphänomen, das als Organismus auftritt, aber die Methode, diesen Organismus zu erforschen, soll nicht die naturwissenschaftliche, nicht die des „zoologischen Pragmatismus der Darwinisten“ sein, sondern die intuitive *Goethes*. Jede Kultur soll die Verwirklichung und Gestalt einer einzigen bestimmten Seele, und das Schicksal soll die Logik des Daseins dieser Seele sein. Übergänge zwischen Organismus und Mechanismus bestehen nach *Spengler* nicht. Gesetze gibt es in der Geschichte nicht. „Ich frage nach den Gesetzen der Spektralanalyse, aber nicht, weshalb die Natriumlinie dem irdischen Auge gelb erscheint. Ich frage nach den Formeln der Thermodynamik, aber nicht, weshalb sie im menschlichen Bewußtsein, dessen Abbild doch die Welt ist, gerade diese und nicht andere sind. Ich frage nach den Rassemerkmalen der Hellenen und

Germanen, aber nicht, was es bedeutet, daß diese ethnischen Formen gerade dort und damals entstanden sind. Das eine ist Gesetz, das Gesetze über dessen Sinn und Ursprung die exakte Wissenschaft schweigt, das andere ist Schicksal.“

Durch das Schicksal ist die Entwicklung jeder Kultur vorgezeichnet. In sämtlichen Kulturen sollen die großen Schöpfungen der Religion, Kunst, Politik, Gesellschaft, Wirtschaft, Wissenschaft gleichzeitig entstehen, sich vollenden, erlöschen. Durch die Vergleichung der verschiedenen Kulturen soll es dann möglich sein, auch die noch nicht abgelaufenen Phasen der Geschichte zu bestimmen und andererseits längst verschollene Epochen zu rekonstruieren. Heißt das nicht aber, daß es auch in der Geschichte Gesetze gibt?

Es ist m. E. *Spengler* nicht gelungen, einen klaren Einblick in das Wesen seiner Schicksalsidee zu geben. Daß wir mit der Naturwissenschaft nicht das Wesen der Dinge erfassen, wissen wir. Aber auch die verschwommene Idee der chronologischen Zahl, der richtunggebenden Zeit, des Schicksals, die nichts anderes ist als die Gottesidee, oder die Kraft, der Wille oder die Lebenskraft anderer Philosophen, bringt uns m. E. keinen Schritt weiter. Die Naturwissenschaft — nicht die Naturphilosophie — wird nach wie vor bei dem Kausalitätsprinzip verharren und gerade mit ihren Methoden an das Spenglersche Problem der Vorausbestimmung der Geschichte herangehen. Ist es doch schon gelungen, mit Hilfe von statistischen Gesetzen — die übrigens *Spengler* nicht als mathematische anerkennt — die Massenerscheinungen, um die es sich bei den geschichtlichen Fragen handelt, soweit zu zerlegen, daß auch ohne Kenntnis aller psychologischen und physiologischen Gesetze des Einzelnen Ergebnisse für die Gesamtheit abgeleitet werden können. Doch *Spengler* gibt eigentlich selbst zu, daß seine Auffassung nur bedingten Wert hat. Er sagt: „Weltgeschichte ist *unser* Weltbild, nicht das der Menschheit. Für den indischen und antiken Menschen gab es kein Bild der werdenden Welt als Art und Form der Anschauung, und vielleicht wird es, wenn die Zivilisation des Abendlandes, deren Träger wir Heutigen sind, erloschen ist, nie wieder eine Kultur und also einen menschlichen Typus geben, für den Weltgeschichte eine Form, ein Inhalt des kosmischen Bewußtseins ist.“ Darin unterscheidet sich aber gerade die Spenglersche „Geschichte“ von der Mathematik und Naturwissenschaft, daß letztere unabhängig von der herrschenden Kultur ihre Bedeutung und ihren Sinn bewahren.

Treten wir insbesondere an die Fragen mathematischer und naturwissenschaftlicher Art heran, die *Spengler* erörtert. Nach ihm soll an eine fortlaufende Entwicklung dieser Wissenschaften nicht gedacht werden können. Die Mathematik der Griechen soll mit ihrer Kultur abgeschlossen sein und die Weiterentwicklung erst durch ganz

neue Ideen neuer Kulturen möglich gewesen sein. Aber diese Behauptung gelingt *Spengler* nur, weil er die ihm nicht passenden Momente der griechischen Mathematik einfach fortläßt. Das Vorhaben der infinitesimalen Methoden durch *Archimedes* leugnet er, von *Diophant* sagt er, daß er eigentlich bereits außerhalb der antiken Kultur stehe. Daß die Araber einfach an die Griechen angeknüpft und ihre Erkenntnisse weiter entwickelt haben, versucht er, m. E. ohne Erfolg, zu negieren. Die Fortentwicklung der griechischen Geometrie kann auch ohne die spezifischen Zutaten neuer Kulturen verstanden werden. Allein der Gedanke, immer mehr zu verallgemeinern und die Grundlagen darzulegen, führte zur affinen, dann zur projektiven Geometrie, schließlich zur Analysis situs. Die modernen Probleme der Axiomatik knüpfen unmittelbar an die antike Geometrie an. Genau so steht es mit der Arithmetik. Der moderne Zahlbegriff hat sich in derselben Weise aus dem indischen und arabischen entwickelt. Dazu kommt die moderne Relativitätstheorie, in der *Spengler* die Auflösung der Naturwissenschaft erblickt. Erst sie hat uns gezeigt, wie unsere physikalische Weltanschauung mit der mathematischen vierdimensionalen Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit, die von jeder naturwissenschaftlichen Hypothese frei ist, zusammenhängt. Erst durch diese Theorie im Verein mit der Quantentheorie — einer bizarren Annahme nach *Spengler* — ist es klar geworden, wie sich die naturwissenschaftlichen Begriffe des Raumes, der Zeit und der Zahl von den mathematischen unterscheiden. Stellt man die Entwicklung dieser Wissenschaften als Funktion der Zeit graphisch dar, so ergibt sich eine fortlaufende aufsteigende Linie. Freilich keine gerade Linie, aber wie jede Funktion in eine Fouriersche Reihe zu entwickeln ist, so ist man dadurch noch nicht berechtigt, die Entwicklungsfunktion als eine periodische zu bezeichnen. Und aus dem bisherigen Verlauf der Kurve ist man keineswegs in der Lage, auf den zukünftigen zu schließen. *Spengler* verfährt überhaupt ganz unnaturwissenschaftlich, wenn er aus den vier Kulturen, die er beschreibt — der ägyptischen, der antiken, der arabischen und der abendländischen —, eine allgemeine Morphologie der Kulturen ableiten will. Die Symbole, die für die verschiedenen Kulturstufen gesetzt werden, geben nur eine einseitige Auffassung, die noch dazu ohne großen Zwang nicht abgeht.

Man muß sich überhaupt fragen, ob heutzutage noch von einer rein abendländischen Kultur gesprochen werden kann. Die technischen Hilfsmittel sind soweit vervollkommen, daß Wissenschaft und Kultur international geworden sind. Gerade Mathematik und Naturwissenschaften sind an keine Länder- und Rassengrenzen gebunden, sie haben sich stets auch ohne Kulturfortschritte auf andern Gebieten weiterentwickelt. Es ist nicht einzusehen, warum neue Gedanken auf diesen Gebieten erst durch neue Kulturen hervor-

gebracht werden sollen. Der Beweis ist jedenfalls aus der bisherigen Geschichte nicht erbracht. Die Behauptung *Spenglers*, daß ein feiner Kopf aus der Zeit des *Archimedes* nach gründlichem Studium der modernen Physik versichern würde, daß es ihm unbegreiflich sei, wie jemand so willkürliche und verworrene Vorstellungen als Wissenschaft ansprechen könne, geht völlig fehl. Wenn man freilich in den naturwissenschaftlichen und mathematischen Erkenntnissen nur Symbole sieht, wie *Spengler*, so mag diese Behauptung richtig sein, doch neben den Symbolen ist noch etwas Unvergängliches in diesen Wissenschaften, das mit dem Niedergang der Kultur nicht verschwindet und noch niemals verschwunden ist.

Wie manche der Prophezeiungen *Spenglers* auf politischem Gebiete durch den Weltkrieg zerschanden geworden sind, so scheint auch für die Naturwissenschaft und die Mathematik die verhängnisvolle Prognose des Untergangs nicht zutreffen. Gerade diejenigen Erscheinungen, die nach *Spengler* auf einen Untergang hindeuten sollen — die Zweifel an den Fundamenten, der Masse, des Raumes, der Zeit, die Benutzung statistischer Methoden — tragen den Keim des neuen Aufstiegs in sich. Für die Behauptung, daß Gelehrte im Stile von *Gauß*, *Humboldt* und *Helmholtz* schon um 1900 nicht mehr da waren und im Abendlande nicht wiederkommen, ist *Spengler* den Beweis schuldig geblieben.

Das natürliche Bildmaß und der goldene Schnitt.

Von F. Hauser, Erlangen.

Mit Rücksicht auf die angenehme Bildwirkung wird für photographische Platten das Seitenverhältnis von 3:4 als günstigstes bezeichnet. Im wesentlichen sind dies die Plattenformate 9.12, 12.16 und 18.24¹⁾. Für das Verhältnis der Bildabmessungen erhält man für diese Plattengrößen unter Abrechnung eines entsprechenden Randes, der von Kassette und Kopterrahmen überdeckt wird, Werte von 0,73 bis 0,74.

*Fechner*²⁾ hat durch ausgedehnte Messungen die Seitenverhältnisse von Galeriebildern ermittelt. Er fand, daß von den Genrebildern die Steilbilder etwas zahlreicher sind als die Querbilder, wogegen bei Landschaften die Querbilder mehr als sechsmal so zahlreich sind als die Steilbilder. Aus den Bestimmungen des Verhältnismittels von Höhe zu Breite bzw. Breite zu Höhe schloß *Fechner*, daß das Verhältnis der größeren Dimension zur kleineren bei den verschiedenen Bilderklassen — von den als zufällig anzusehenden Unterschieden abgesehen — denselben Wert hat, einen verschiedenen aber, je nachdem, ob die Höhe größer ist als die Breite oder umgekehrt. Bei den Steilbildern verhält sich die Höhe zur Breite ziemlich genau wie

¹⁾ Vgl. L. v. *Boasberger*, Bildwirkung bei kleinen Formaten, Photographische Rundschau und Mitteilungen 1914, Heft 17, S. 257 und W. *Bandelow*, Plattenformate und Brennweiten für die bildmäßige Photographie, dieselbe Zeitschrift 1918, Heft 4, S. 59.

²⁾ *Gustav Theodor Fechner*, Vorschule der Ästhetik, Leipzig 1876, II. Teil, Kap. XLIV.